

WYKORZYSTANIE METOD EWOLUCYJNYCH W PROJEKTOWANIU ALGORYTMÓW KWANTOWYCH



Robert Nowotniak

Instytut Informatyki, Politechnika Łódzka
rnowotniak@kis.p.lodz.pl

Streszczenie

Projektowanie algorytmów i obliczeń kwantowych jest wymagającym zadaniem z powodu unikalnych, nieintuicyjnych efektów mechaniki kwantowej. Metody ewolucyjne sztucznej inteligencji są skutecznym narzędziem optymalizacji bramek kwantowych oraz automatycznego projektowania kompletnych obwodów kwantowych.

1. Wprowadzenie

Informatyka kwantowa zajmuje się wykorzystaniem możliwości obliczeniowych miniatury układów, podlegających prawom mechaniki kwantowej. Dzięki unikalnym własnościom takich układów możliwe jest rozwiązywanie niektórych problemów algorytmicznych w sposób znacznie bardziej efektywny niż mogą to wykonywać klasyczne algorytmy. Do problemów tej klasy należy np. faktoryzacja liczb, istotna z punktu widzenia używanych powszechnie kryptosystemów (RSA).

2. Obliczenia Kwantowe

Podstawowymi jednostkami informacji kwantowej są kubity i rejestry kwantowe. Kubit opisany jest jako wektor znormalizowany w dwuwymiarowej, zespolonej przestrzeni Hilberta:

$$|\phi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (1)$$

$$\alpha, \beta \in \mathbb{C} \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

Geometryczną interpretacją stanu kubitów jako pary wektorów na płaszczyźnie zespolonej przedstawiają rysunki (1a) i (1b). Stan n -kubitowego rejestru kwantowego opisany jest jako wektor z 2^n -wymiarowej przestrzeni zespolonej:

$$|\psi\rangle = \sum_{i=0}^{2^n-1} \alpha_i |i\rangle \quad (2)$$

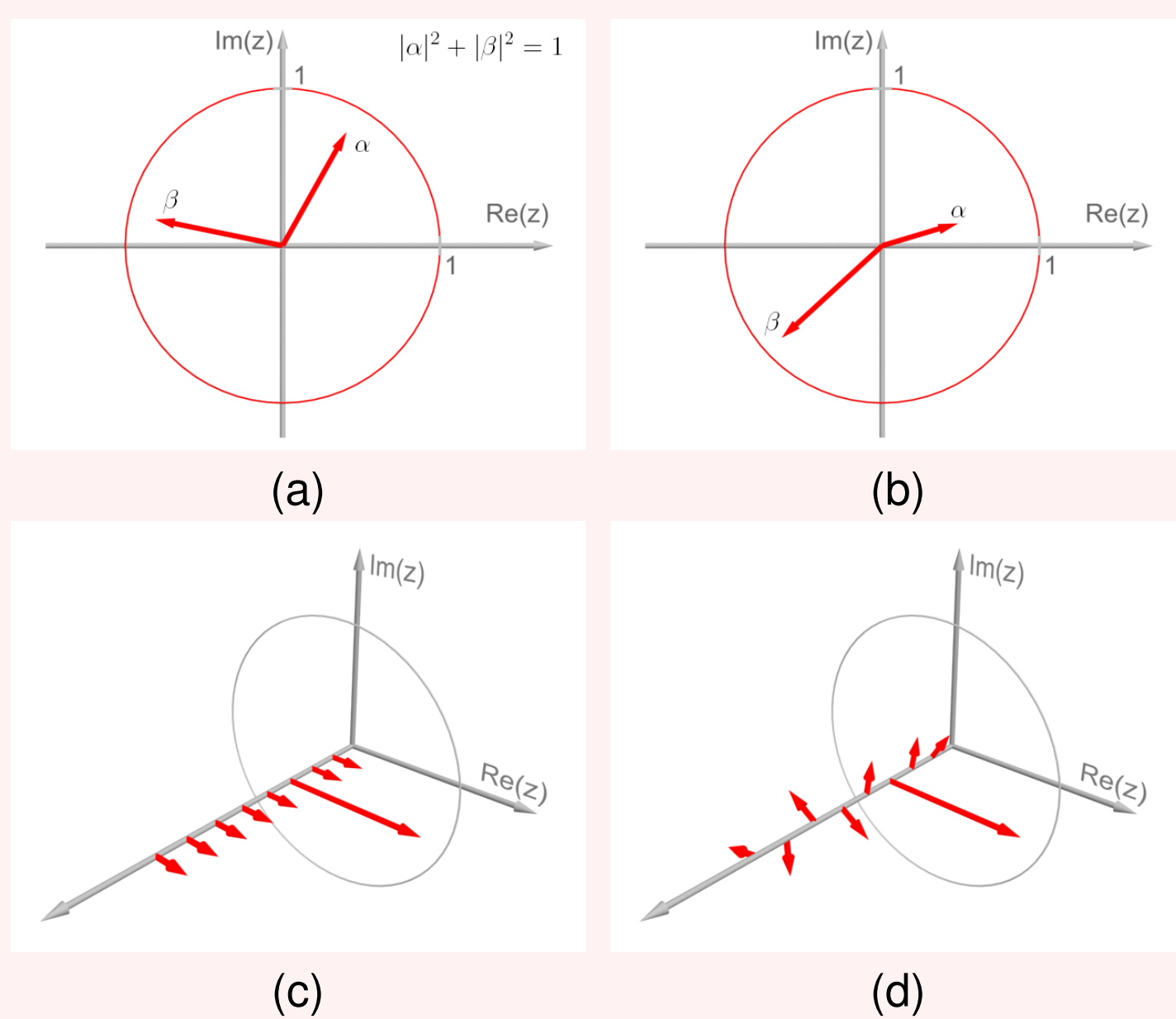
gdzie:

$$\alpha_0, \dots, \alpha_{2^n-1} \in \mathbb{C} \quad \sum_{i=0}^{2^n-1} |\alpha_i|^2 = 1 \quad (3)$$

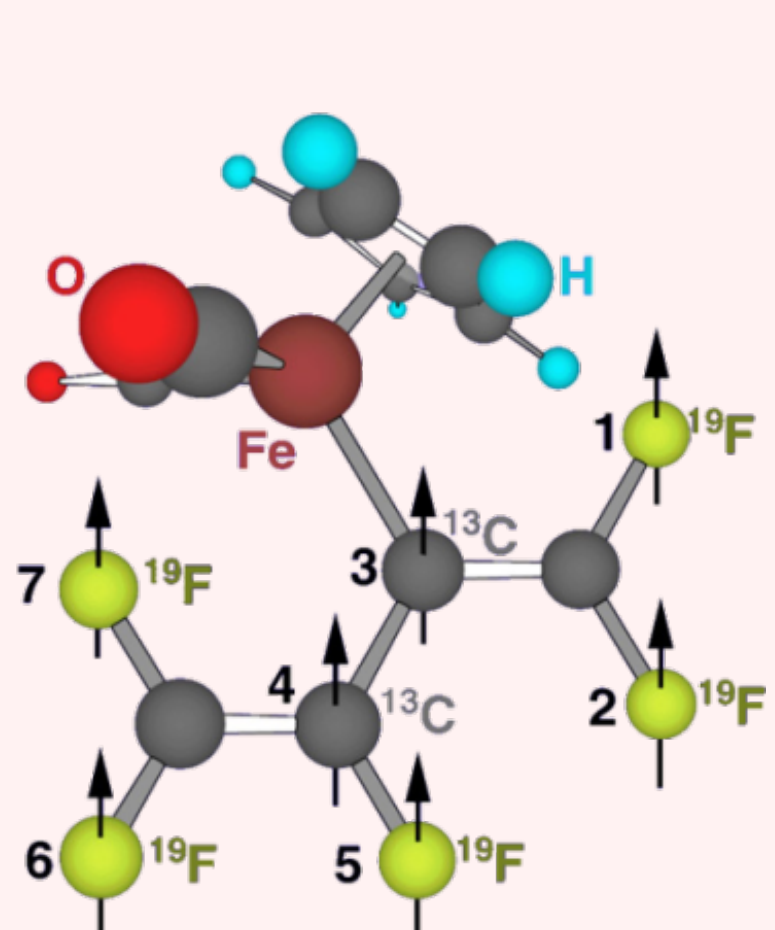
Stan $|\phi\rangle$ pewnego trzykubitowego rejestru może być zapisany w bazie standardowej $\{|000\rangle, |001\rangle, \dots, |111\rangle\}$ jako:

$$|\phi\rangle = \alpha_0|000\rangle + \alpha_1|001\rangle + \dots + \alpha_7|111\rangle \quad (4)$$

Geometryczne interpretacje dwóch przykładowych stanów takiego trzykubitowego rejestru przedstawione są na rysunkach (1c) i (1d).

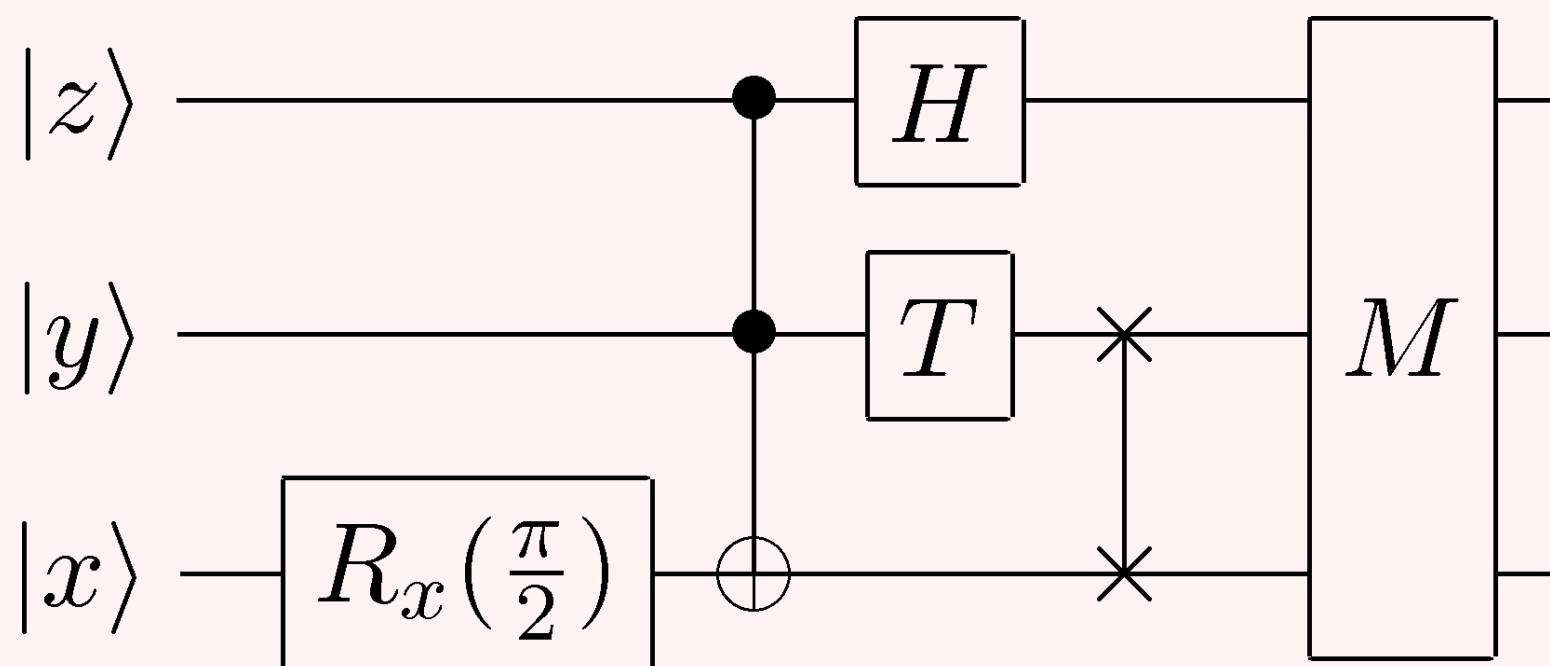


Rysunek 1: Interpretacja geometryczna stanów pojedynczych kubitów (a), (b) jako wektorów na płaszczyźnie zespolonej oraz stanów trzykubitowych rejestrów kwantowych (c), (d).



Rysunek 2: Spektroskopia magnetycznego rezonansu jądrowego jest jedną z możliwych fizycznych realizacji obliczeń kwantowych. Spiny magnetyczne jąder atomowych mogą zapisywać stany rejestrów kwantowych. Siedem zaznaczonych spinów w cząsteczce $C_{11}H_5F_5O_2Fe$ tworzy bazę przestrzeni stanów 7-kubitowego rejestru kwantowego.

Jednym ze sposobów opisu algorytmów kwantowych są układy kwantowych bramek logicznych, czyli obwody kwantowe (ang. *quantum circuits*). Dowolny algorytm kwantowy może być wyrażony w ten sposób, obwody kwantowe są więc równoważne kwantowej maszynie Turinga.



Rysunek 3: Przykładowy obwód kwantowy

Podstawową różnicą pomiędzy bramkami kwantowymi, a klasycznymi bramkami logicznymi, jest to, że mogą one przetwarzać superpozycję wszystkich możliwych stanów wejściowych. Bramki kwantowe opisywane są przez macierze unitarne i wykonują uogólnione obroty w przestrzeni Hilberta stanów układu kwantowego.

3. Wykorzystanie metod ewolucyjnych

Projektowanie algorytmów kwantowych jest wymagającym zadaniem z powodu kilku istotnych trudności. Algorytmy kwantowe działają w odmienny sposób niż algorytmy klasyczne i korzystają z nieintuicyjnych efektów mechaniki kwantowej.

Na wektorach bazy przestrzeni stanów rejestru kwantowego może zostać rozpięta cała podprzestrzeń rozwiązań problemu obliczeniowego, a algorytm kwantowy przetwarza wszystkie możliwe rozwiązania w pojedynczym kroku. Amplitudy prawdopodobieństw, związane z różnymi rozwiązaniami problemów obliczeniowych, mogą interferować ze sobą, w sposób konstruktywny lub destruktywny.

Wszystko to powoduje, że projektowanie takich algorytmów jest trudne do „uchwycenia” przez ludzki umysł.

Wspomaganie człowieka w rozwiązywaniu trudnych problemów tego typu jest jednym z kluczowych zadań sztucznej inteligencji.

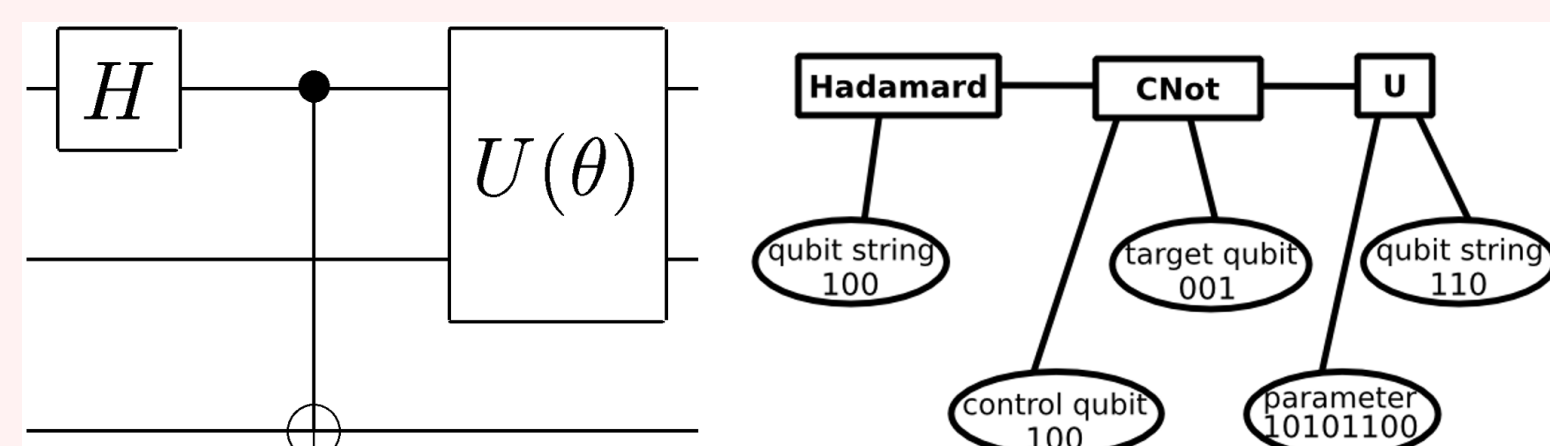
Computer programs that „evolve” in ways that resemble natural selection can solve complex problems even their creators do not fully understand.

— John H. Holland

Aspekty obliczeń kwantowych, przedstawione w pracy [3], w których mogą być wykorzystane metody ewolucyjne sztucznej inteligencji to: optymalizacja bramek kwantowych za pomocą algorytmów genetycznych oraz projektowanie całych obwodów kwantowych za pomocą programowania genetycznego.

4. Projektowanie obwodów kwantowych

Układy kwantowych bramek logicznych mogą być projektowane i optymalizowane w sposób automatyczny, dzięki wykorzystaniu programowania genetycznego i reprezentacji obwodów w postaci drzew. Przykład takiej reprezentacji przedstawiony jest na rysunku 4.

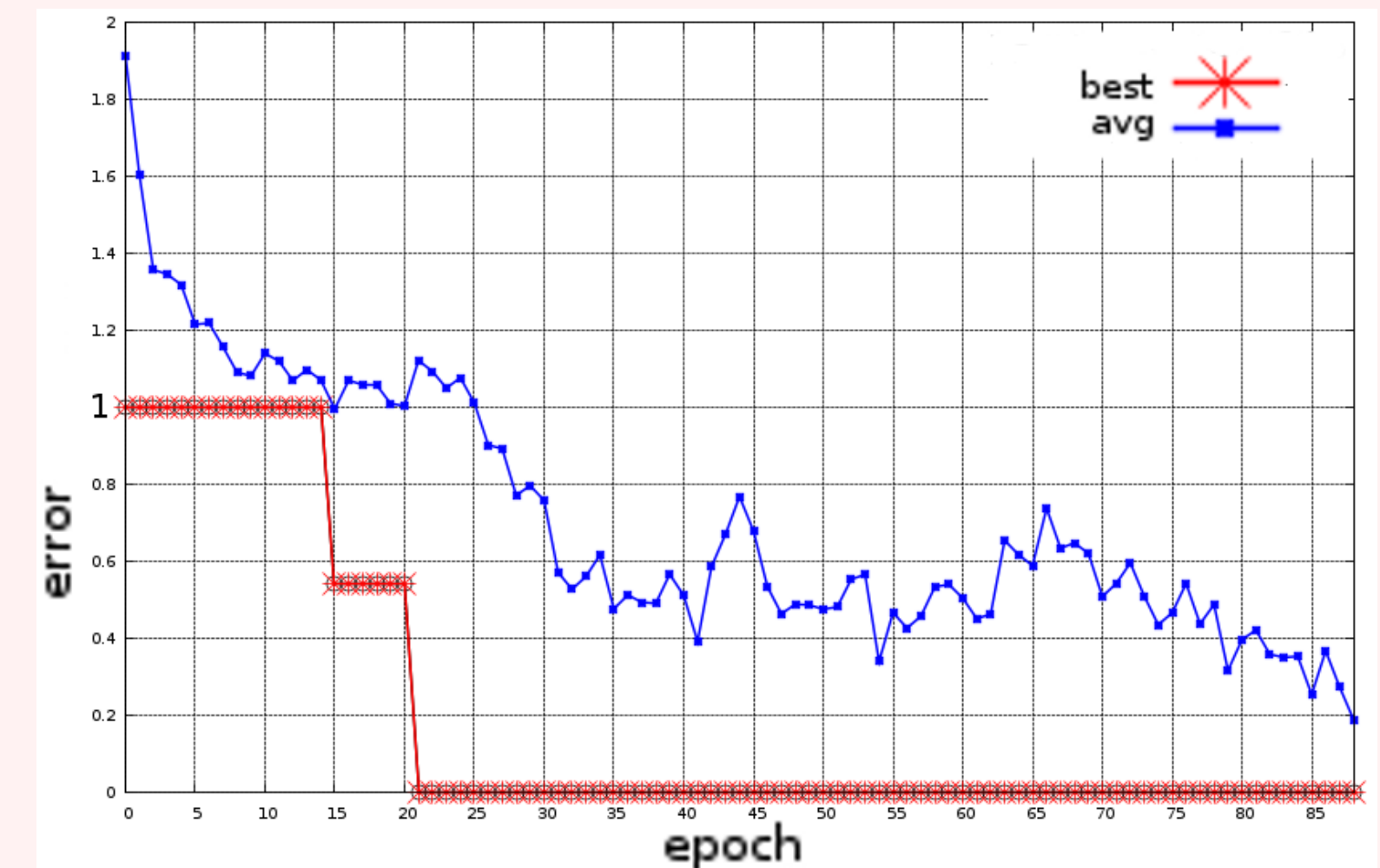


Rysunek 4: Fragment przykładowego obwodu kwantowego i jego reprezentacja w postaci drzewa. W węzłach zapisana jest informacja o rodzaju bramki kwantowej, reprezentowanej przez węzeł. W liściach drzewa znajdują się ciągi binarne, określające położenie bramki w obwodzie, numer kubitów sterujących i opcjonalny parametr bramki $U(\theta)$.

Jednym z eksperymentów numerycznych, przeprowadzonych w pracy [3], było automatyczne zaprojektowanie – za pomocą programowania genetycznego – obwodu kwantowego, generującego trzykubitowy stan splątany:

$$|\phi\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}(|000\rangle + |111\rangle) \quad (5)$$

Wyniki tego eksperymentu przedstawione są na rysunku 5.

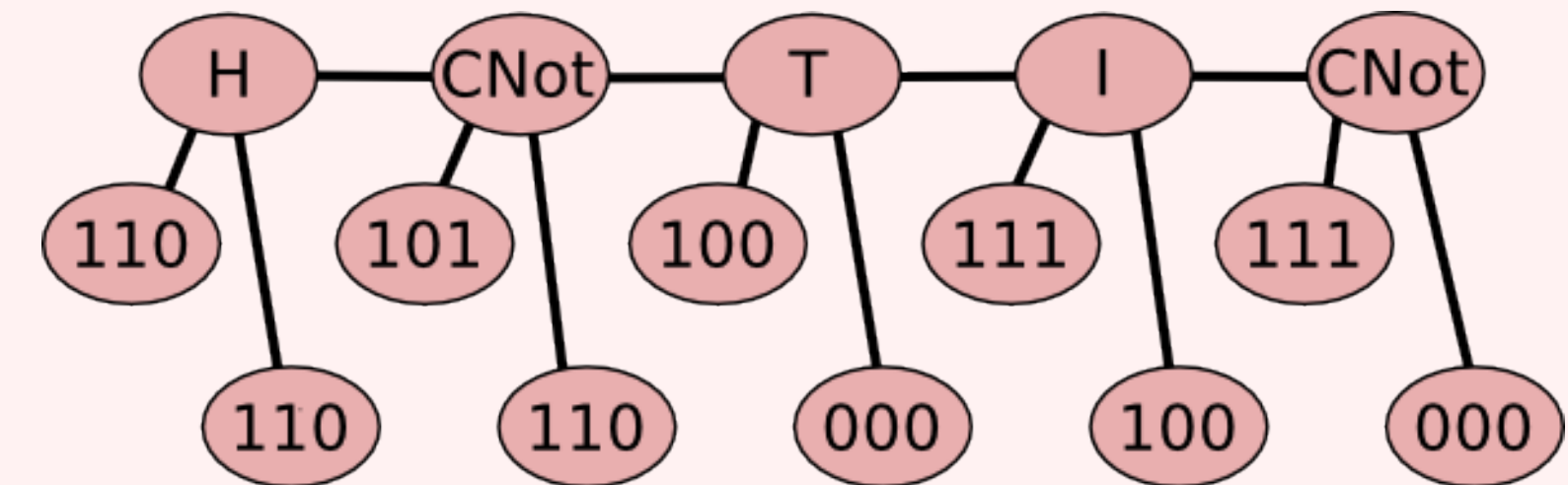


Rysunek 5: Eksperyment numeryczny: Ewolucja obwodów kwantowych (programowanie genetyczne). Wykres przedstawia minimalne oraz średnie błędy, otrzymywane na wyjściu obwodów kwantowych w populacji, w kolejnych epokach algorytmu. $population = 100, P_c = 0.75, P_m = 0.05, elitism = 5$

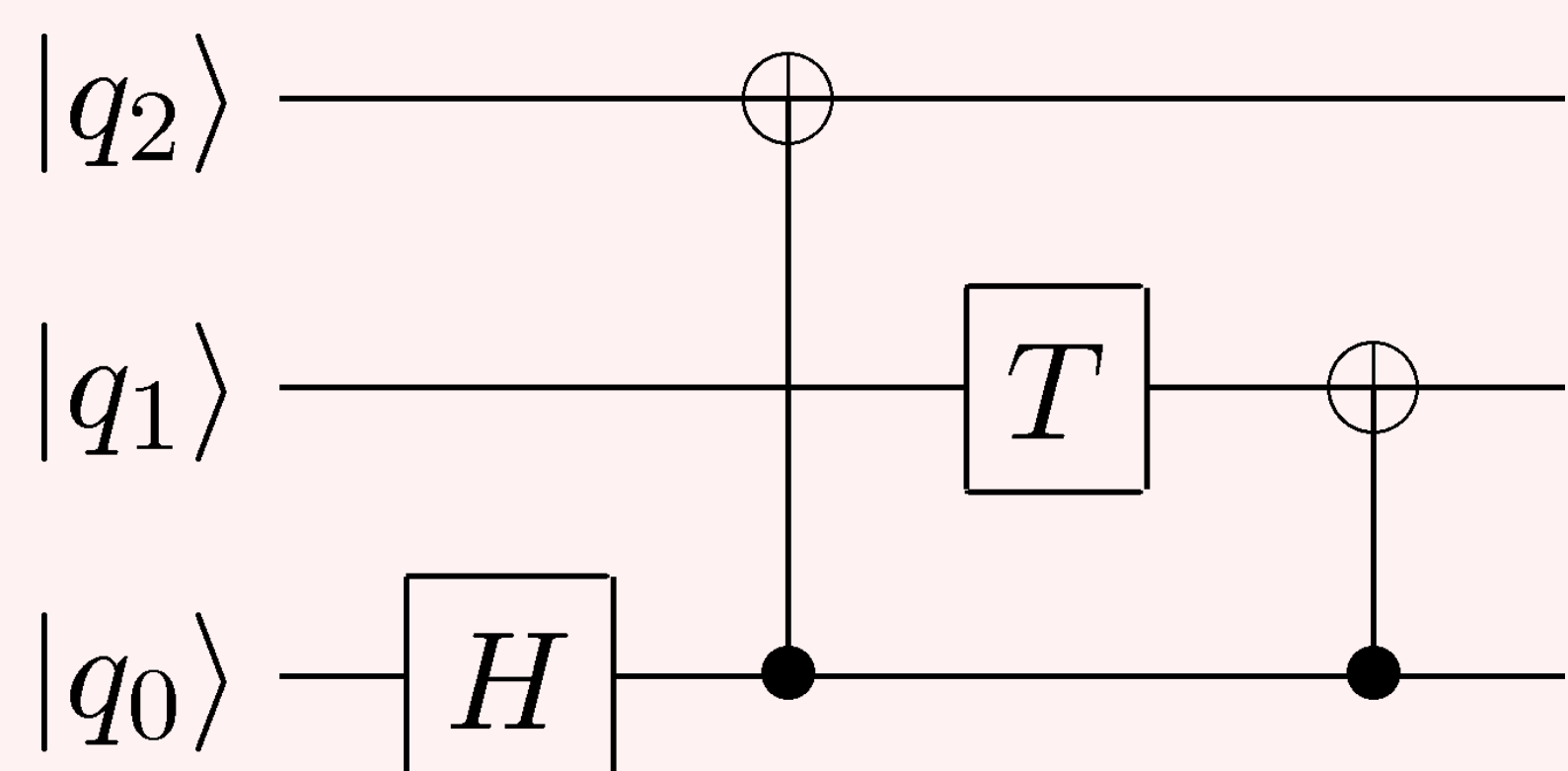
Po dwudziestu jeden epokach został znaleziony obwód kwantowy, minimalizujący do zera funkcję błędów otrzymywanego na wyjściu.

W eksperymencie zastosowano typowe dla algorytmu genetycznego parametry: liczebność populacji – 100, prawdopodobieństwo rekombinacji – 75%, prawdopodobieństwo mutacji 5%, rekombinacja i mutacja jednopunktowe. Na etapie selekcji zastosowano wybór za pomocą koła ruletki z elementem elitarności – 5 najlepiej ocenianych obwodów, posiadających najlepszy materiał genetyczny, było zawsze przenoszonych do następnego pokolenia.

Na rysunku 6 przedstawiony jest genotyp optymalnego obwodu kwantowego znalezione w tym eksperymencie. Rysunek 7 przedstawia, odpowiadający temu genotypowi, obwód.



Rysunek 6: Genotyp obwodu kwantowego



Rysunek 7: Automatycznie zaprojektowany obwód kwantowy, generujący stan splątany $\frac{\sqrt{2}}{2}(|000\rangle + |111\rangle)$ trzykubitowego rejestru kwantowego.

5. Wnioski

Przeprowadzone eksperymenty numeryczne, których wyniki zamieszczono w pracy [3], pokazują, że metody ewolucyjne sztucznej inteligencji są skutecznym narzędziem w projektowaniu różnych aspektów algorytmów kwantowych. Za pomocą algorytmów genetycznych i strategii ewolucyjnych możliwa jest optymalizacja bramek kwantowych. Kompletnie obwody kwantowe mogą być projektowane w automatyczny sposób z wykorzystaniem programowania genetycznego.

Bibliografia

- [1] Gilson A. Giralaldi, Renato Portugal, and Ricardo N. Thess. Genetic algorithms and quantum computation, Mar 2004.
- [2] Michael A. Nielsen and Isaac L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, October 2000.
- [3] Robert Nowotniak. Wykorzystanie metod ewolucyjnych w projektowaniu algorytmów kwantowych. Master's thesis, Politechnika Łódzka, 2008.
- [4] Taro Yabuki and Hitoshi Iba. Genetic algorithms for quantum circuit design - evolving a simpler teleportation circuit. In Darrell Whitley, editor, *Late Breaking Papers at the 2000 Genetic and Evolutionary Computation Conference*, pages 425–430, Las Vegas, Nevada, USA, 8 2000.