

# WYKORZYSTANIE METOD EWOLUCYJNYCH W PROJEKTOWANIU ALGORYTMÓW KWANTOWYCH



Robert Nowotniak

Instytut Informatyki, Politechnika Łódzka  
rnowotniak@kis.p.lodz.pl

## Streszczenie

Projektowanie algorytmów i obliczeń kwantowych jest wymagającym zadaniem z powodu unikalnych, nieintuicyjnych efektów mechaniki kwantowej. Metody ewolucyjne sztucznej inteligencji są skutecznym narzędziem optymalizacji bramek kwantowych oraz automatycznego projektowania kompletnych obwodów kwantowych.

## 1. Wprowadzenie

**Informatyka kwantowa** zajmuje się wykorzystaniem możliwości obliczeniowych miniaturowych układów, podlegających prawom mechaniki kwantowej. Dzięki unikalnym własnościom takich układów możliwe jest rozwiązywanie niektórych problemów algorytmicznych w sposób znacznie bardziej efektywny niż mogą to wykonywać klasyczne algorytmy. Do problemów tej klasy należy np. faktoryzacja liczb, istotna z punktu widzenia używanych powszechnie kryptosystemów (RSA).

## 2. Obliczenia Kwantowe

Podstawowymi jednostkami informacji kwantowej są kubity i rejestry kwantowe. **Kubit** opisywany jest jako wektor znormalizowany w dwuwymiarowej, zespolonej przestrzeni Hilberta:

$$|\phi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (1)$$

$$\alpha, \beta \in \mathbb{C} \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

Geometryczną interpretacją stanu kubitów jako pary wektorów na płaszczyźnie zespolonej przedstawiają rysunki (1a) i (1b). Stan  $n$ -kubitowego rejestru kwantowego opisywany jest jako wektor z  $2^n$ -wymiarowej przestrzeni zespolonej:

$$|\psi\rangle = \sum_{i=0}^{2^n-1} \alpha_i |i\rangle \quad (2)$$

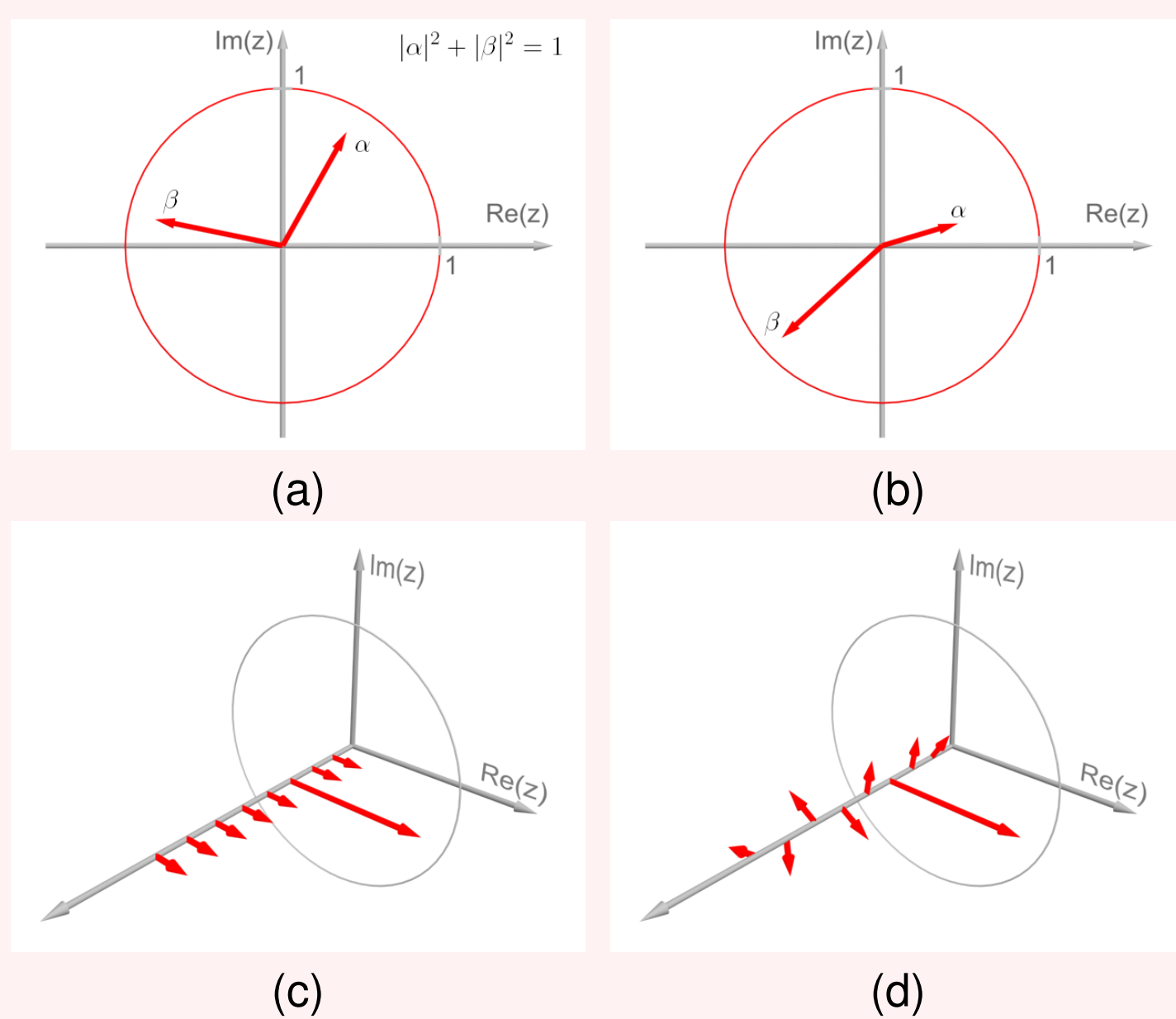
gdzie:

$$\alpha_0, \dots, \alpha_{2^n-1} \in \mathbb{C} \quad \sum_{i=0}^{2^n-1} |\alpha_i|^2 = 1 \quad (3)$$

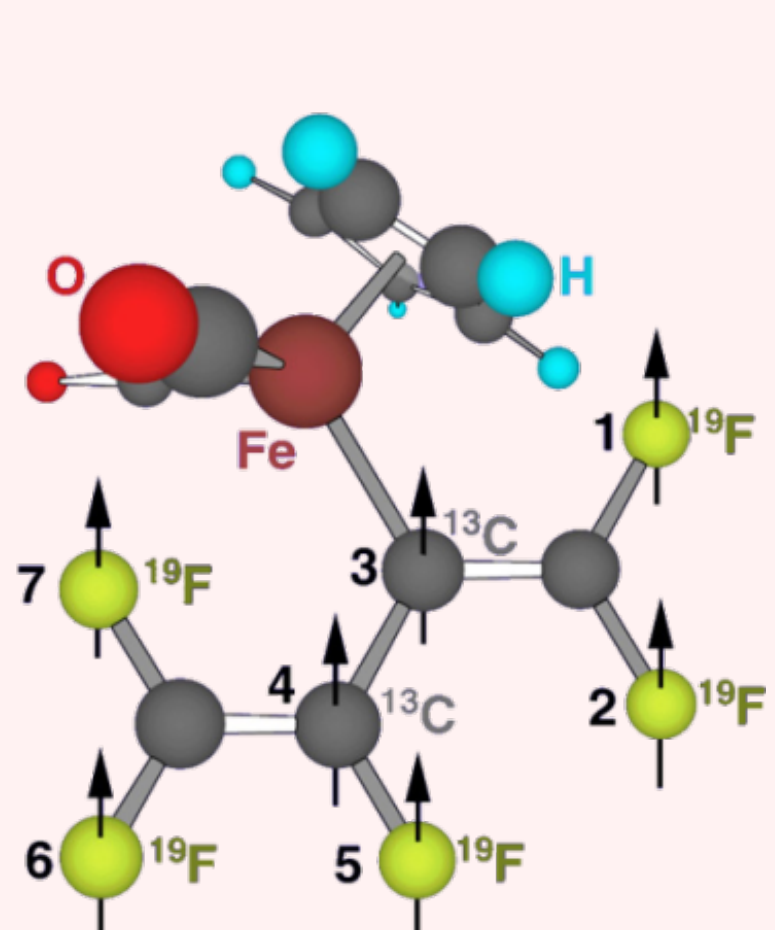
Stan  $|\phi\rangle$  pewnego trzykubitowego rejestru może być zapisany w bazie standardowej  $\{|000\rangle, |001\rangle, \dots, |111\rangle\}$  jako:

$$|\phi\rangle = \alpha_0|000\rangle + \alpha_1|001\rangle + \dots + \alpha_7|111\rangle \quad (4)$$

Geometryczne interpretacje dwóch przykładowych stanów takiego trzykubitowego rejestru przedstawione są na rysunkach (1c) i (1d).

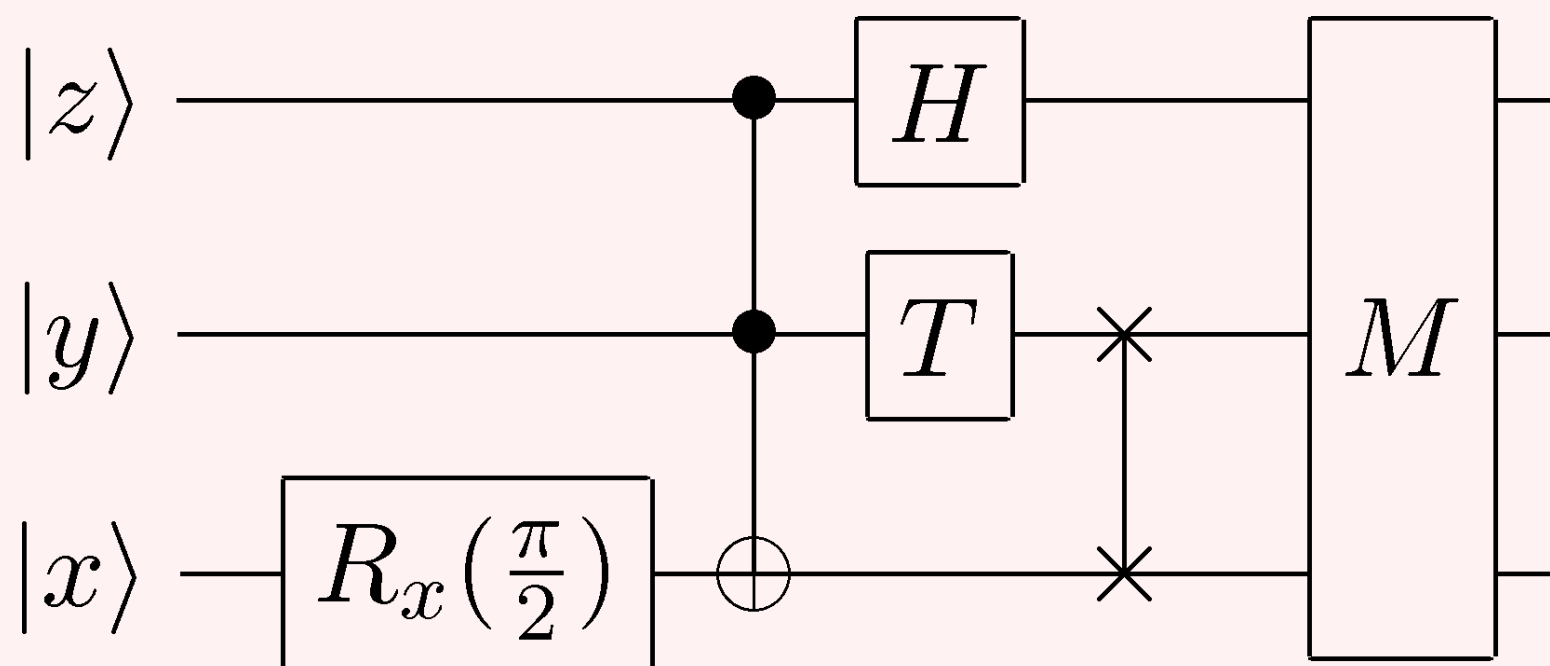


**Rysunek 1:** Interpretacja geometryczna stanów pojedynczych kubitów (a), (b) jako wektorów na płaszczyźnie zespolonej oraz stanów trzykubitowych rejestrów kwantowych (c), (d).



**Rysunek 2:** Spektroskopia magnetycznego rezonansu jądrowego jest jedną z możliwych fizycznych realizacji obliczeń kwantowych. Spiny magnetyczne jąder atomowych mogą zapisywać stany rejestrów kwantowych. Siedem zaznaczonych spinów w cząsteczce  $C_{11}H_5F_5O_2Fe$  tworzy bazę przestrzeni stanów 7-kubitowego rejestru kwantowego.

Jednym ze sposobów opisu algorytmów kwantowych są układy kwantowych bramek logicznych, czyli obwody kwantowe (ang. *quantum circuits*). Dowolny algorytm kwantowy może być wyrażony w ten sposób, obwody kwantowe są więc równoważne kwantowej maszynie Turinga.



**Rysunek 3:** Przykładowy obwód kwantowy

Podstawową różnicą pomiędzy bramkami kwantowymi, a klasycznymi bramkami logicznymi, jest to, że mogą one przetwarzać superpozycję wszystkich możliwych stanów wejściowych. Bramki kwantowe opisywane są przez macierze unitarne i wykonują uogólnione obroty w przestrzeni Hilberta stanów układu kwantowego.

## 3. Wykorzystanie metod ewolucyjnych

Projektowanie algorytmów kwantowych jest wymagającym zadaniem z powodu kilku istotnych trudności. Algorytmy kwantowe działają w odmienny sposób niż algorytmy klasyczne i korzystają z nieintuicyjnych efektów mechaniki kwantowej.

Na wektorach bazy przestrzeni stanów rejestru kwantowego może zostać rozpięta cała podprzestrzeń rozwiązań problemu obliczeniowego, a algorytm kwantowy przetwarza wszystkie możliwe rozwiązania w pojedynczym kroku. Amplitudy prawdopodobieństw, związane z różnymi rozwiązaniami problemów obliczeniowych, mogą interferować ze sobą, w sposób konstruktywny lub destruktywny.

Wszystko to powoduje, że projektowanie takich algorytmów jest trudne do „uchwycenia” przez ludzki umysł.

Wspomaganie człowieka w rozwiązywaniu trudnych problemów tego typu jest jednym z kluczowych zadań sztucznej inteligencji.

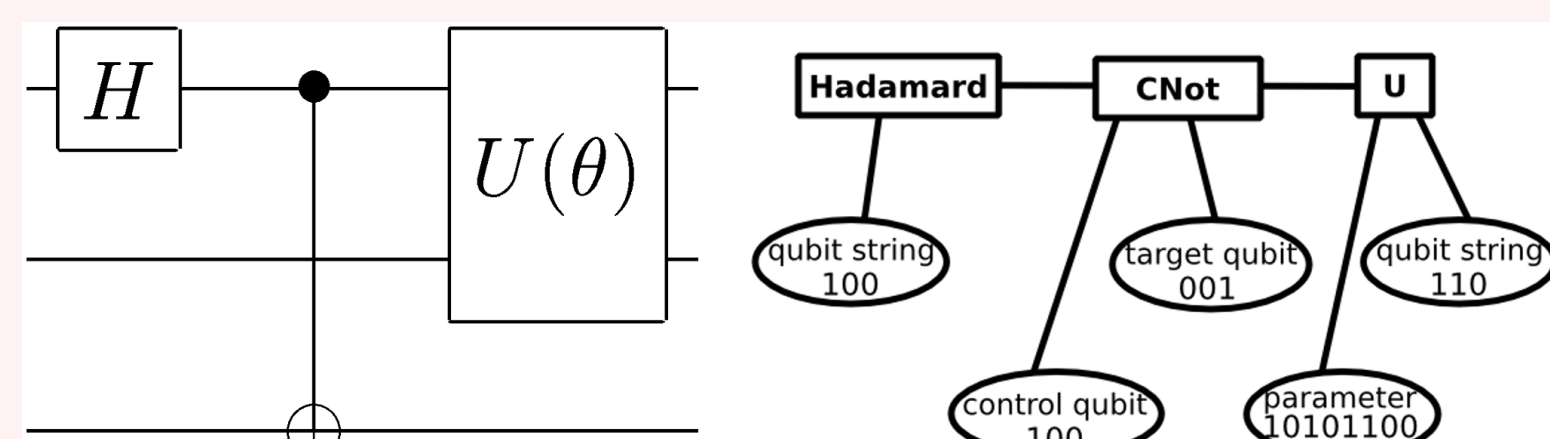
*Computer programs that „evolve” in ways that resemble natural selection can solve complex problems even their creators do not fully understand.*

— John H. Holland

Aspekty obliczeń kwantowych, przedstawione w pracy [3], w których mogą być wykorzystane metody ewolucyjne sztucznej inteligencji to: optymalizacja bramek kwantowych za pomocą algorytmów genetycznych oraz projektowanie całych obwodów kwantowych za pomocą programowania genetycznego.

## 4. Projektowanie obwodów kwantowych

Układy kwantowych bramek logicznych mogą być projektowane i optymalizowane w sposób automatyczny, dzięki wykorzystaniu programowania genetycznego i reprezentacji obwodów w postaci drzew. Przykład takiej reprezentacji przedstawiony jest na rysunku 4.

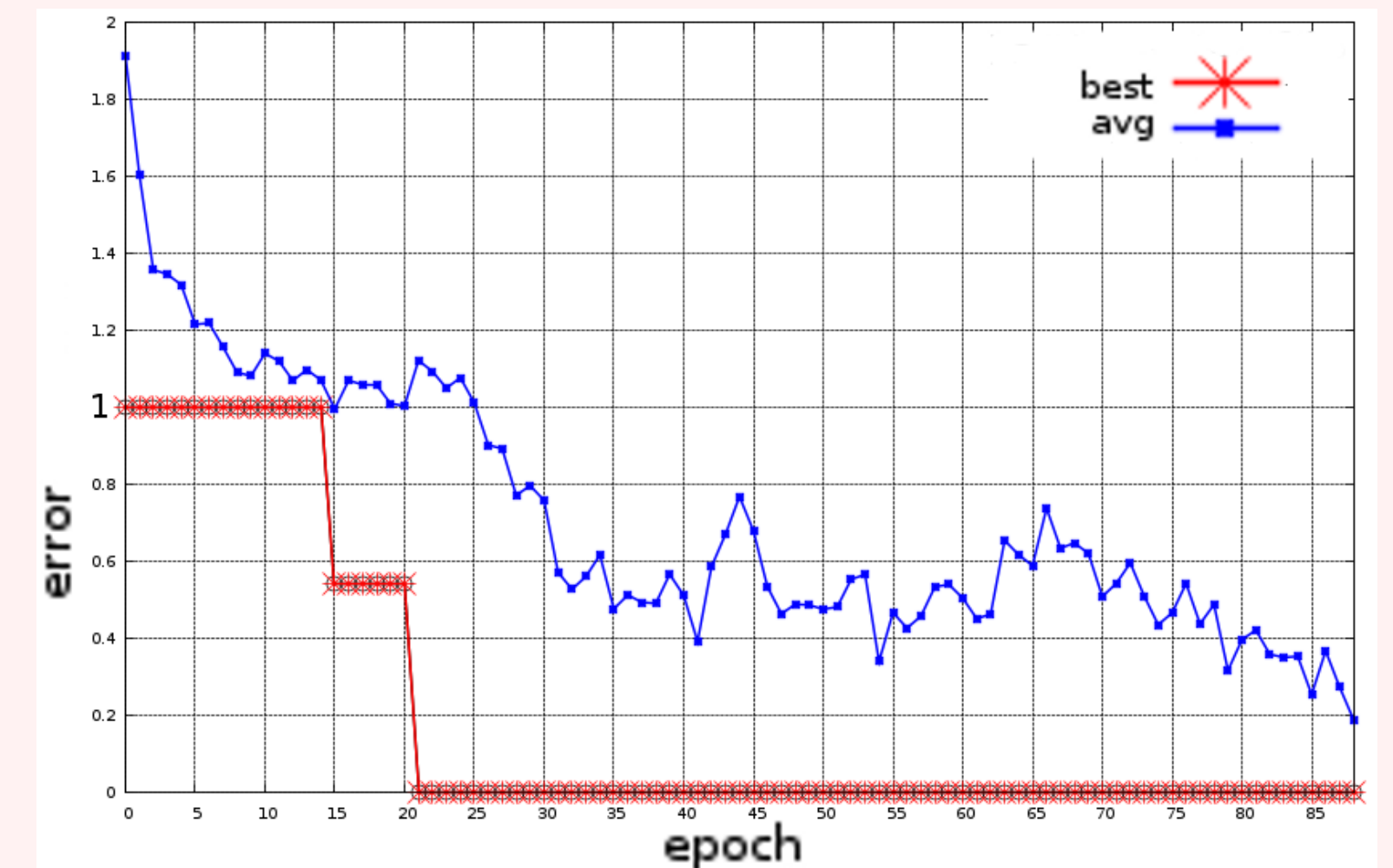


**Rysunek 4:** Fragment przykładowego obwodu kwantowego i jego reprezentacja w postaci drzewa. W węzłach zapisana jest informacja o rodzaju bramki kwantowej, reprezentowanej przez węzeł. W liściach drzewa znajdują się ciągi binarne, określające położenie bramki w obwodzie, numer kubitów sterujących i opcjonalny parametr bramki  $U(\theta)$ .

Jednym z eksperymentów numerycznych, przeprowadzonych w pracy [3], było automatyczne zaprojektowanie – za pomocą programowania genetycznego – obwodu kwantowego, generującego trzykubitowy stan splątany:

$$|\phi\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2} (|000\rangle + |111\rangle) \quad (5)$$

Wyniki tego eksperymentu przedstawione są na rysunku 5.

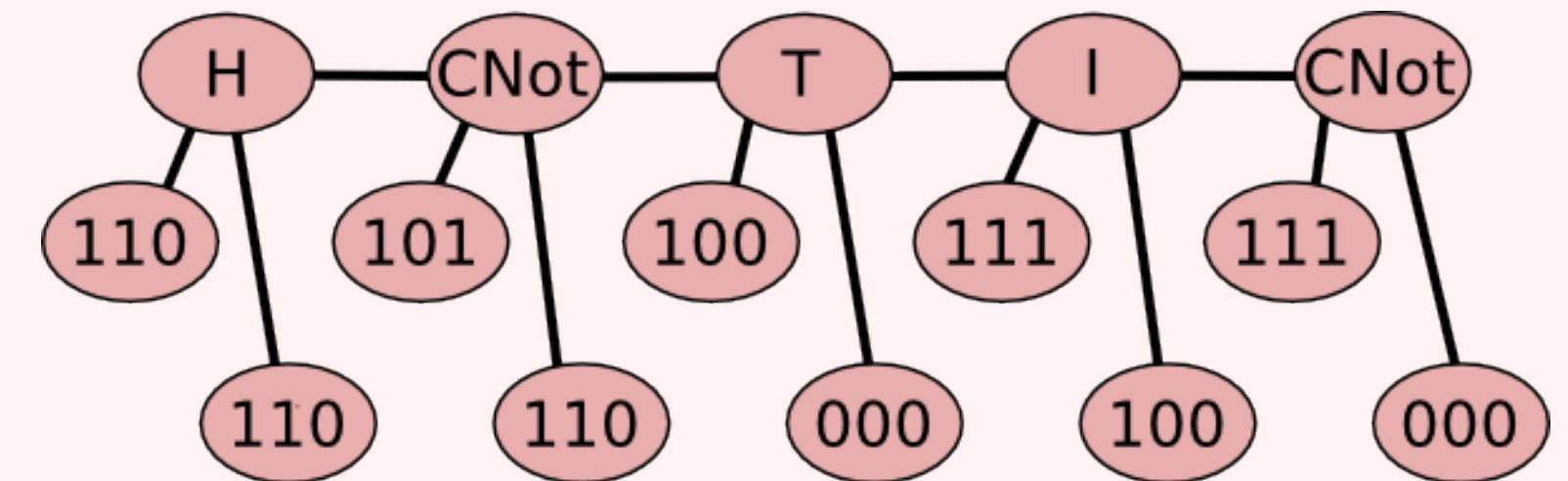


**Rysunek 5:** Eksperyment numeryczny: Ewolucja obwodów kwantowych (programowanie genetyczne). Wykres przedstawia minimalne oraz średnie błędy, otrzymywane na wyjściu obwodów kwantowych w populacji, w kolejnych epokach algorytmu.  $population = 100, P_c = 0.75, P_m = 0.05, elitism = 5$

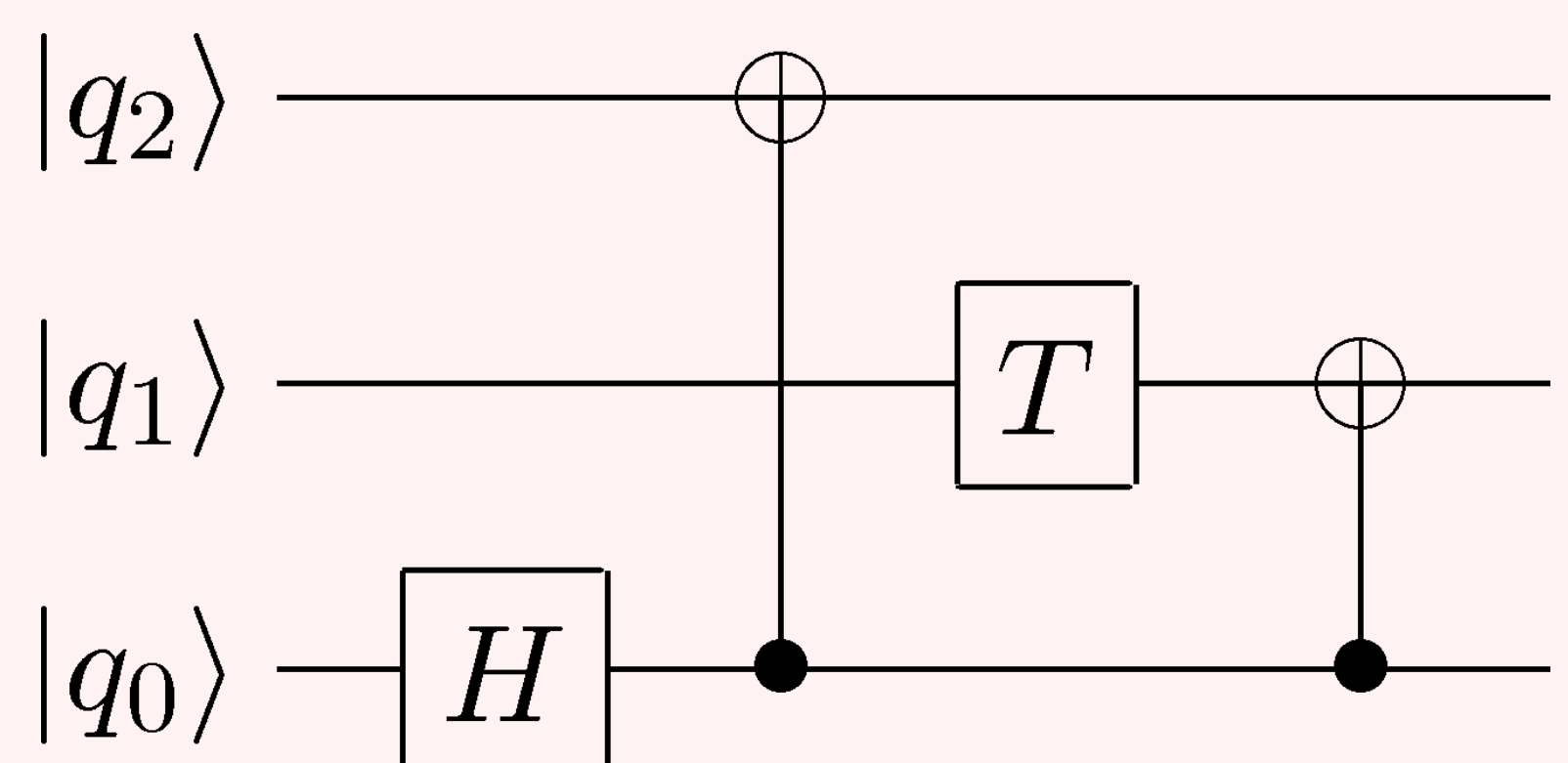
Po dwudziestu jeden epokach został znaleziony obwód kwantowy, minimalizujący do zera funkcję błędów otrzymywanego na wyjściu.

W eksperymencie zastosowano typowe dla algorytmu genetycznego parametry: liczebność populacji – 100, prawdopodobieństwo rekombinacji – 75%, prawdopodobieństwo mutacji 5%, rekombinacja i mutacja jednopunktowe. Na etapie selekcji zastosowano wybór za pomocą koła ruletki z elementem elitarności – 5 najlepiej ocenianych obwodów, posiadających najlepszy materiał genetyczny, było zawsze przenoszonych do następnego pokolenia.

Na rysunku 6 przedstawiony jest genotyp optymalnego obwodu kwantowego znalezione w tym eksperymencie. Rysunek 7 przedstawia, odpowiadający temu genotypowi, obwód.



**Rysunek 6:** Genotyp obwodu kwantowego



**Rysunek 7:** Automatycznie zaprojektowany obwód kwantowy, generujący stan splątany  $\frac{\sqrt{2}}{2} (|000\rangle + |111\rangle)$  trzykubitowego rejestru kwantowego.

## 5. Wnioski

Przeprowadzone eksperymenty numeryczne, których wyniki zamieszczono w pracy [3], pokazują, że metody ewolucyjne sztucznej inteligencji są skutecznym narzędziem w projektowaniu różnych aspektów algorytmów kwantowych. Za pomocą algorytmów genetycznych i strategii ewolucyjnych możliwa jest optymalizacja bramek kwantowych. Kompletnie obwody kwantowe mogą być projektowane w automatyczny sposób z wykorzystaniem programowania genetycznego.

## Bibliografia

- [1] Gilson A. Giraldi, Renato Portugal, and Ricardo N. Thess. Genetic algorithms and quantum computation, Mar 2004.
- [2] Michael A. Nielsen and Isaac L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, October 2000.
- [3] Robert Nowotniak. Wykorzystanie metod ewolucyjnych w projektowaniu algorytmów kwantowych. Master's thesis, Politechnika Łódzka, 2008.
- [4] Taro Yabuki and Hitoshi Iba. Genetic algorithms for quantum circuit design - evolving a simpler teleportation circuit. In Darrell Whitley, editor, *Late Breaking Papers at the 2000 Genetic and Evolutionary Computation Conference*, pages 425–430, Las Vegas, Nevada, USA, 8 2000.