

Kwantowa kooperacja

Robert Nowotniak

Wydział Fizyki Technicznej, Informatyki i Matematyki Stosowanej
Politechnika Łódzka

Sekcja Informatyki Kwantowej, 17 maja 2007

Materiały źródłowe

Prezentacja oparta jest na publikacjach:

- Johann Summhammer, 2005, *Quantum Cooperation of Insects*
- Johann Summhammer, 2006, *Quantum Cooperation of Two Insects*
- Gleb V. Klimovitch, 2004, *How Quantum Entanglement Helps to Coordinate Non-Communicating Players*

Aspekty kwantowej kooperacji

- 1 **Brak klasycznego kanału komunikacji** między uczestnikami
- 2 Cząstki w **stanach splątanych** współdzielone przez uczestników
- 3 Wykorzystanie własności EPR takiego układu jako całości
- 4 Decyzje uzależnione od pomiaru stanów wykonywanych w arbitralnie wybranych bazach
- 5 Efekt: uzyskanie silniejszej korelacji (nierówności Bella) w działaniach uczestników

Aspekty kwantowej kooperacji

- 1 Brak klasycznego kanału komunikacji między uczestnikami
- 2 Cząstki w **stanach splątanych** współdzielone przez uczestników
- 3 Wykorzystanie własności EPR takiego układu jako całości
- 4 Decyzje uzależnione od pomiaru stanów wykonywanych w arbitralnie wybranych bazach
- 5 Efekt: uzyskanie silniejszej korelacji (nierówności Bella) w działaniach uczestników

Aspekty kwantowej kooperacji

- 1 Brak klasycznego kanału komunikacji między uczestnikami
- 2 Cząstki w **stanach splątanych** współdzielone przez uczestników
- 3 Wykorzystanie **własności EPR** takiego układu jako całości
- 4 Decyzje uzależnione od pomiaru stanów wykonywanych w arbitralnie wybranych bazach
- 5 Efekt: uzyskanie silniejszej korelacji (nierówności Bella) w działaniach uczestników

Aspekty kwantowej kooperacji

- 1 Brak klasycznego kanału komunikacji między uczestnikami
- 2 Cząstki w **stanach splątanych** współdzielone przez uczestników
- 3 Wykorzystanie własności EPR takiego układu jako całości
- 4 Decyzje uzależnione od pomiaru stanów wykonywanych **w arbitralnie wybranych bazach**
- 5 Efekt: uzyskanie silniejszej korelacji (nierówności Bella) w działaniach uczestników

Aspekty kwantowej kooperacji

- 1 Brak klasycznego kanału komunikacji między uczestnikami
- 2 Cząstki w **stanach splątanych** współdzielone przez uczestników
- 3 Wykorzystanie własności EPR takiego układu jako całości
- 4 Decyzje uzależnione od pomiaru stanów wykonywanych w arbitralnie wybranych bazach
- 5 **Efekt:** uzyskanie **silniejszej korelacji** (**nierówności Bella**) w działaniach uczestników

Plan prezentacji

- 1 Krótkie przypomnienie podstawowych rzeczy:
kubit, przestrzeń stanów rejestru kwantowego, stany splątane
- 2 Paradoks Einsteina-Podolskiego-Rosena, pary EPR
- 3 Pomiar stanu kubitów w niekanonicznej bazie ortonormalnej
- 4 Kooperacja na przykładzie insektów

Kubit - przypomnienie

Kubit to wektor znormalizowany

$$|\psi\rangle = \alpha \cdot |0\rangle + \beta \cdot |1\rangle$$

w dwuwymiarowej, zespolonej przestrzeni Hilberta, którego współrzędne spełniają warunek:

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

Odczyt stanu kubitów powoduje ustalenie jego wartości na $|0\rangle$ z prawdopodobieństwem $|\alpha|^2$, oraz $|1\rangle$ z prawdopodobieństwem $|\beta|^2$.

Para kubitów

Przestrzeń stanów rejestru kwantowego

Z **liniowym wzrostem liczby kubitów** w rejestrze kwantowym rośnie w tempie **wykładniczym wymiar przestrzeni stanów rejestru**.

Para kubitów

Przestrzeń stanów rejestru kwantowego

Z **liniowym wzrostem liczby kubitów** w rejestrze kwantowym rośnie w tempie **wykładniczym wymiar przestrzeni stanów rejestru**.

Pojedynczy kubit $|\psi\rangle \in \mathbb{C}^2$ reprezentowany jest jako para liczb zespolonych, natomiast układ dwukubitowy reprezentowany jest wektorem z przestrzeni \mathbb{C}^4 :

$$a_{00}|00\rangle + a_{01}|01\rangle + a_{10}|10\rangle + a_{11}|11\rangle$$

gdzie $|a_{00}|^2 + |a_{01}|^2 + |a_{10}|^2 + |a_{11}|^2 = 1$

Para kubitów

Przestrzeń stanów rejestru kwantowego

Z **liniowym wzrostem liczby kubitów** w rejestrze kwantowym rośnie w tempie **wykładniczym wymiar przestrzeni stanów rejestru**.

Pojedynczy kubit $|\psi\rangle \in \mathbb{C}^2$ reprezentowany jest jako para liczb zespolonych, natomiast układ dwukubitowy reprezentowany jest wektorem z przestrzeni \mathbb{C}^4 :

$$a_{00}|00\rangle + a_{01}|01\rangle + a_{10}|10\rangle + a_{11}|11\rangle$$

gdzie $|a_{00}|^2 + |a_{01}|^2 + |a_{10}|^2 + |a_{11}|^2 = 1$

Układ trzykubitowy to wektor w przestrzeni \mathbb{C}^8 itd.

Kwantowe splątanie (ang. *entanglement*)

Funkcja stanu złożonego układu kwantowego

W mechanice kwantowej nie każdy układ może być opisany tylko za pomocą informacji o układach wchodzących w jego skład.

Kwantowe splątanie (ang. *entanglement*)

Funkcja stanu złożonego układu kwantowego

W mechanice kwantowej nie każdy układ może być opisany tylko za pomocą informacji o układach wchodzących w jego skład.

Przykładowo stan:

$$|\psi\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}|00\rangle + \frac{\sqrt{2}}{2}|11\rangle$$

nie może być opisany jako iloczyn tensorowy stanów poszczególnych dwóch kubitów.

Kwantowe splątanie (ang. *entanglement*)

Funkcja stanu złożonego układu kwantowego

W mechanice kwantowej nie każdy układ może być opisany tylko za pomocą informacji o układach wchodzących w jego skład.

Przykładowo stan:

$$|\psi\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}|00\rangle + \frac{\sqrt{2}}{2}|11\rangle$$

nie może być opisany jako iloczyn tensorowy stanów poszczególnych dwóch kubitów.

Kwantowe splątanie (ang. *entanglement*)

Funkcja stanu złożonego układu kwantowego

W mechanice kwantowej nie każdy układ może być opisany tylko za pomocą informacji o układach wchodzących w jego skład.

Przykładowo stan:

$$|\psi\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}|00\rangle + \frac{\sqrt{2}}{2}|11\rangle$$

nie może być opisany jako iloczyn tensorowy stanów poszczególnych dwóch kubitów.

Cząstki w stanach splątanych

- **1935, Paradoks Einsteina-Podolskiego-Rosena**
A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, *"Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?"*
- **1964, Twierdzenie Bella, nierówności Bella**
J.S. Bell *"On the Einstein-Poldolsky-Rosen paradox"*

Cząstki w stanach splątanych

- **1935, Paradoks Einsteina-Podolskiego-Rosena**
A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, *"Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?"*
- **1964, Twierdzenie Bella, nierówności Bella**
J.S. Bell *"On the Einstein-Poldolsky-Rosen paradox"*

Paradoks Einsteina-Podolskiego-Rosena

Eksperyment myślowy EPR

- **albo** pomiar kwantowy powoduje efekty *nielocalne*
- **albo** mechanika kwantowa jest *niezupełna*

Paradoks Einsteina-Podolskiego-Rosena

Eksperyment myślowy EPR

- **albo** pomiar kwantowy powoduje efekty *nielocalne* ...w takim sensie, że pomiar na cząstce należącej do splątanej pary, określi stan drugiej cząstki w parze (niezależnie od jej odległości!)
- **albo** mechanika kwantowa jest *niezupełna*

Paradoks Einsteina-Podolskiego-Rosena

Eksperyment myślowy EPR

- **albo** pomiar kwantowy powoduje efekty *nielokalne*
- **albo** mechanika kwantowa jest *niezupełna*
...w takim sensie, że istnieją jakieś własności fizyczne, nie przewidziane przez mechanikę kwantową - czyli tzw. *zmienne ukryte*, które od początku określałyby stan splątanej pary jako całości.

Twierdzenie Bella

Twierdzenie Bella, 1964

Żadna teoria *zmiennych ukrytych* zgodna ze szczególną teorią względności nie może opisać wszystkich zjawisk mechaniki kwantowej.

Twierdzenie Bella

Twierdzenie Bella, 1964

Żadna teoria *zmiennych ukrytych* zgodna ze szczególną teorią względności nie może opisać wszystkich zjawisk mechaniki kwantowej.

Wniosek: Mechanika kwantowa ma efekty *nielokalne*, łamie zasadę lokalnego realizmu.

Twierdzenie Bella

Twierdzenie Bella, 1964

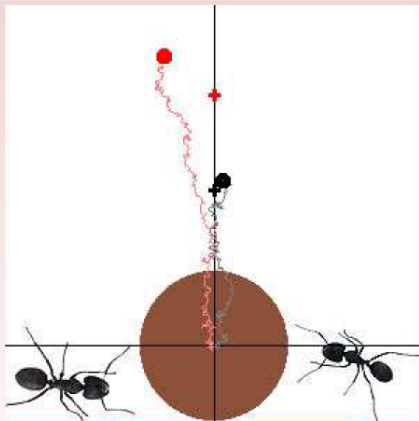
Żadna teoria *zmiennych ukrytych* zgodna ze szczególną teorią względności nie może opisać wszystkich zjawisk mechaniki kwantowej.

Wniosek: Mechanika kwantowa ma efekty *nielokalne*, łamie zasadę lokalnego realizmu.

...ale nie oznacza to sprzeczności ze szczególną teorią względności.

Natychmiastowa dekoherencja stanu odległej cząstki nie umożliwia przesłania informacji z prędkością większą od prędkości światła.

Model: para mrówek



- 1 Dwie mrówki na płaszczyźnie
- 2 Przeszkoda, którą można przesunąć
- 3 **Cel:** Przesunąć przeszkodę jak najbardziej na północ

Model: para mrówek

- Dwie mrówki, pomiędzy którymi nie zachodzi klasyczna komunikacja(!), oraz przeszkoda
- Mrówki mogą działać siłą odpowiednio \vec{f}_1 i \vec{f}_2 na przeszkodę
- Aby przesunąć przeszkodę, potrzebna jest siła o wartości f_{min} .

Model: para mrówek

- Dwie mrówki, pomiędzy którymi nie zachodzi klasyczna komunikacja(!), oraz przeszkoda
- Mrówki mogą działać siłą odpowiednio \vec{f}_1 i \vec{f}_2 na przeszkodę
- Aby przesunąć przeszkodę, potrzebna jest siła o wartości f_{min} .
- Jeżeli $f_{min} > |\vec{f}_1|$ i $f_{min} > |\vec{f}_2|$, to potrzebne jest współdziałanie mrówek w podobnym kierunku dla popchnięcia przeszkody
- W każdym cyklu mrówka decyduje z prawdopodobieństwem $\frac{1}{2}$, czy pchać przeszkodę, czy też odpocząć.
- Działanie mrówek ma widoczny efekt, gdy siła działająca na przeszkodę jest większa niż wymagane minimum.

Model: para mrówek

Dla każdego cyklu symulacji przygotowana jest osobna para cząstek (2-kubitowy rejestr kwantowy) w konfiguracji:

$$|\psi\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}|++\rangle + \frac{\sqrt{2}}{2}|--\rangle$$

Przed ewentualną akcją mrówka:

- Wybiera kierunek β_j działania, wg przyjętego w określony sposób rozkładu prawdopodobieństwa $\omega(\beta_j)$.
- Podejmuje decyzję o działaniu siłą lub odpoczęciu w tym cyklu.

Decyzja jest podejmowana na podstawie pomiaru stanu cząstki posiadanej przez mrówkę (dla bieżącego cyklu), pomiaru wykonywanego w bazie wyznaczonej przez wybrany kierunek β_j .

Model: para mrówek

Dla każdego cyklu symulacji przygotowana jest osobna para cząstek (2-kubitowy rejestr kwantowy) w konfiguracji:

$$|\psi\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}|++\rangle + \frac{\sqrt{2}}{2}|--\rangle$$

Przed ewentualną akcją mrówka:

- Wybiera kierunek β_j działania, wg przyjętego w określony sposób rozkładu prawdopodobieństwa $\omega(\beta_j)$.
- Podejmuje decyzję o działaniu siłą lub odpoczęciu w tym cyklu.

Decyzja jest podejmowana na podstawie pomiaru stanu cząstki posiadanej przez mrówkę (dla bieżącego cyklu), pomiaru wykonywanego w bazie wyznaczonej przez wybrany kierunek β_j .

Model: para mrówek

Dla każdego cyklu symulacji przygotowana jest osobna para cząstek (2-kubitowy rejestr kwantowy) w konfiguracji:

$$|\psi\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}|++\rangle + \frac{\sqrt{2}}{2}|--\rangle$$

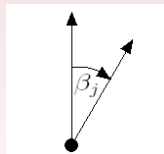
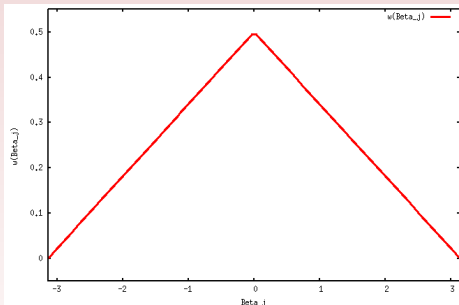
Przed ewentualną akcją mrówka:

- Wybiera kierunek β_j działania, wg przyjętego w określony sposób rozkładu prawdopodobieństwa $\omega(\beta_j)$.
- Podejmuje decyzję o działaniu siłą lub odpoczęciu w tym cyklu.

Decyzja jest podejmowana na podstawie pomiaru stanu cząstki posiadanej przez mrówkę (dla bieżącego cyklu),
**pomiaru wykonywanego w bazie wyznaczonej przez
wybrany kierunek β_j .**

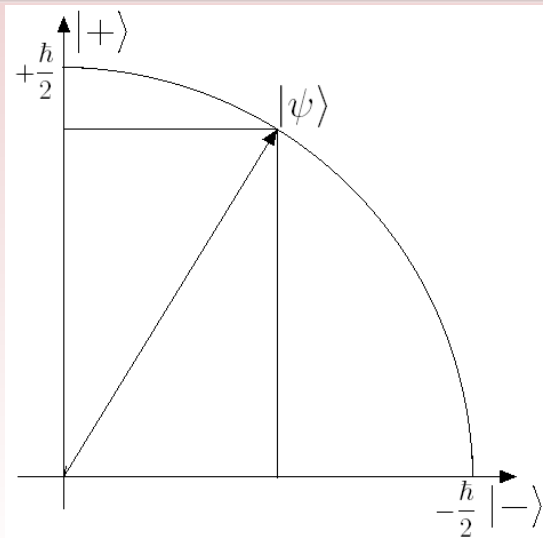
Kooperacja insektów

- Kierunek jest wybierany wg pewnej funkcji rozkładu prawdopodobieństwa np. $\omega(\beta) = \frac{\pi - z \cdot |\beta|}{\pi}$

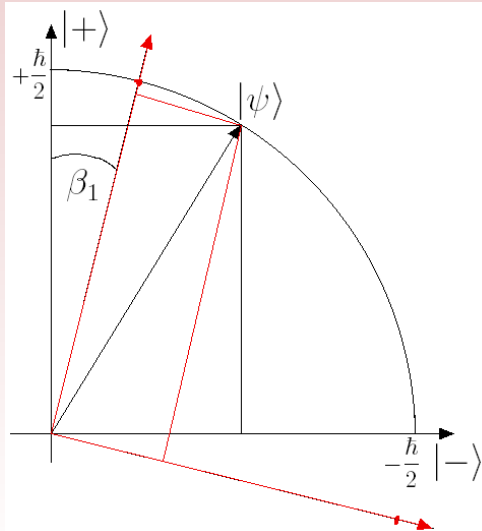


- Wybrany kierunek β_j należy do przedziału $[-\pi; +\pi]$
- Kierunki wybierane są przez mrówki niezależnie i nie ma wymiany informacji o podejmowanych decyzjach.

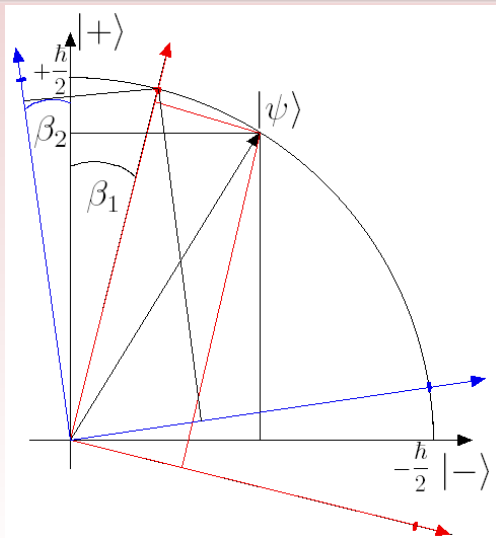
Pomiar kubitów w bazie niekanonicznej



Pomiar kubitów w bazie niekanonicznej



Pomiar kubitów w bazie niekanonicznej



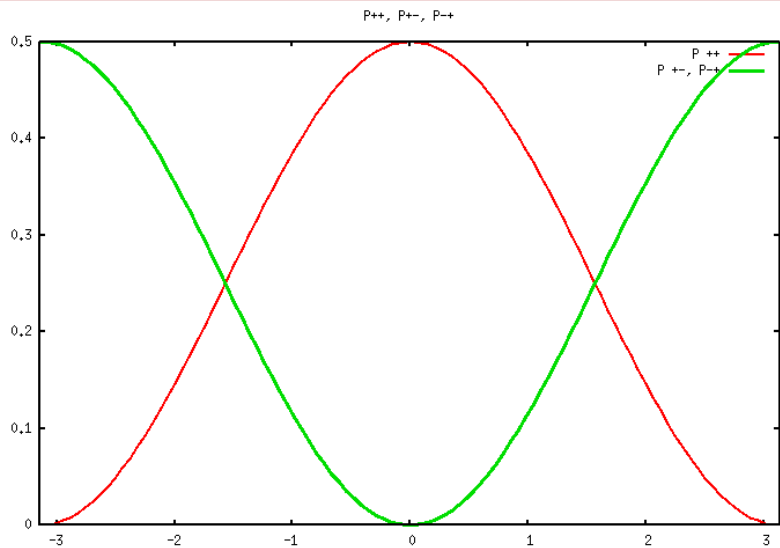
Pomiar kubitów w bazie niekanonicznej

$$p_{+-} = \frac{1}{2} \sin^2 \left(\frac{\beta_1 - \beta_2}{2} \right)$$

$$p_{-+} = \frac{1}{2} \sin^2 \left(\frac{\beta_1 - \beta_2}{2} \right)$$

$$p_{++} = \frac{1}{2} \cos^2 \left(\frac{\beta_1 - \beta_2}{2} \right)$$

Prawdopodobieństwo p_{++} , p_{+-} , p_{-+}



Kwantowa kooperacja

Pamiętamy o założeniu, że uczestnicy **nie mogą się komunikować**.

Kwantowa kooperacja

Pamiętamy o założeniu, że uczestnicy **nie mogą się komunikować**.

Pytanie....

Czy bez współdzielenia splątanych cząstek, nie dałoby się uzyskać równie dobrych rezultatów?

Kwantowa kooperacja

Pamiętamy o założeniu, że uczestnicy **nie mogą się komunikować**.

Pytanie....

Czy bez współdzielenia splątanych cząstek, nie dałoby się uzyskać równie dobrych rezultatów?

- Synchronizacja działań uczestników za pomocą przebiegu uzgodnionych przez nich *a priori* funkcji?

Kwantowa kooperacja

Pamiętamy o założeniu, że uczestnicy **nie mogą się komunikować**.

Pytanie....

Czy bez współdzielenia splątanych cząstek, nie dałoby się uzyskać równie dobrych rezultatów?

- Synchronizacja działań uczestników za pomocą przebiegu uzgodnionych przez nich *a priori* funkcji?
- Posiadanie przez uczestników generatorów liczb pseudolosowych o uzgodnionych początkowo ziarnach?

Kwantowa kooperacja

Takie klasyczne metody koordynacji działań:

- Synchronizacja działań uczestników za pomocą przebiegu uzgodnionych przez nich *a priori* funkcji?
- Posiadanie przez uczestników generatorów liczb pseudolosowych o uzgodnionych początkowo ziarnach?
- ...

odpowiadałyby dokładnie koncepcji Zmiennych Ukrytych.

Kwantowa kooperacja

Takie klasyczne metody koordynacji działań:

- Synchronizacja działań uczestników za pomocą przebiegu uzgodnionych przez nich *a priori* funkcji?
- Posiadanie przez uczestników generatorów liczb pseudolosowych o uzgodnionych początkowo ziarnach?
- ...

odpowiadałyby dokładnie koncepcji **Zmiennych Ukrytych**.

Kwantowa kooperacja

Takie klasyczne metody koordynacji działań:

- Synchronizacja działań uczestników za pomocą przebiegu uzgodnionych przez nich *a priori* funkcji?
- Posiadanie przez uczestników generatorów liczb pseudolosowych o uzgodnionych początkowo ziarnach?
- ...

odpowiadałyby dokładnie koncepcji **Zmiennych Ukrytych**.

A - jak już wiemy - żadna koncepcja zmiennych ukrytych nie jest wystarczająca do opisanie własności mechaniczno-kwantowych splątanej pary cząstek (z tw. Bella).

Kwantowa kooperacja

Takie klasyczne metody koordynacji działań:

- Synchronizacja działań uczestników za pomocą przebiegu uzgodnionych przez nich *a priori* funkcji?
- Posiadanie przez uczestników generatorów liczb pseudolosowych o uzgodnionych początkowo ziarnach?
- ...

odpowiadałyby dokładnie koncepcji **Zmiennych Ukrytych**.

A - jak już wiemy - żadna koncepcja zmiennych ukrytych nie jest wystarczająca do opisanie własności

mechaniczno-kwantowych splątanej pary cząstek (z tw. Bella).

Splątane pary cząstek dają silniejszą korelację niż dowolna koncepcja oparta na zmiennych ukrytych.

Efekty kwantowej kooperacji

- Rezultaty działania mrówek, wykorzystujących kwantową kooperację, mogą być zestawiane z rezultatami zupełnie niezależnych mrówek
- W tym drugim przypadku (klasycznym) prawdopodobieństwa p_{++} , p_{+-} , p_{-+} są niezależne od różnicy wybranych kątów, i równe $\frac{1}{4}$.
- Wraz ze wzrostem f_{min} (konieczność współdziałania mrówek) znacznie rośnie przewaga mrówek, które wykorzystują kwantową kooperację
- Wynika to z faktu, że dla małych różnic pomiędzy β_1 i β_2 mrówki częściej podejmują tę samą decyzję.

Wartość oczekiwana zmiennej losowej

Wartość oczekiwana przesunięcia po jednym kroku symulacji:

$$\begin{aligned} \vec{R} = & g \sum_{j=1,2} \int_{-\pi}^{\pi} d\beta_j \omega(\beta_j) \frac{1}{2} \sin^2 \left(\frac{\beta_j - \beta_{\neq j}}{2} \right) \vec{f}_j(\beta_j) \theta \left(|\vec{f}_j| - f_{min} \right) \\ & + g \int_{-\pi}^{\pi} d\beta_1 \int_{-\pi}^{\pi} d\beta_2 \omega(\beta_1) \omega(\beta_2) \frac{1}{2} \cos^2 \left(\frac{\beta_1 - \beta_2}{2} \right) \cdot \\ & \cdot \left(\vec{f}_1(\beta_1) + \vec{f}_2(\beta_2) \right) \theta \left(|\vec{f}_1 + \vec{f}_2| - f_{min} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

Symulacja

QuantAnt - Quantum Cooperation of Two Ants (version 30 Nov 2004)

Number of push-attempts of the two ants: 1000

Path length of one push (pixels/ant force): 4

Ant forces needed for push: 1.2

Force of ant 1: .9

Force of ant 2: 1.1

$-\pi$ 0 $+\pi$

Probability distribution of push directions (same for both ants)

GO quantum entangled ants GO classical ants Analytic Calculation Clear Screen

Actual moves Quantum: 245 Actual moves Classical: 161

Podsumowanie

- Stany splątane cząstek
- Paradoks EPR
- Pomiar stanu w bazie niekanonicznej
- Kooperacja w naturze

Koniec

Dziękuję za uwagę.
Dyskusja i pytania?

Koniec

Dziękuję za uwagę.
Dyskusja i pytania?